# Multinomiale LOGIT-Modelle zur Bestimmung der Abhängigkeitsstruktur qualitativer Variablen mit mehr als zwei Ausprägungen

Urban, Dieter

# Multinomiale LOGIT-Modelle zur Bestimmung der Abhängigkeitsstruktur qualitativer Variablen mit mehr als zwei Ausprägungen.

von Dieter Urban

## 1. Voraussetzungen

Die LOGIT-Analyse ist ein Verfahren zur statistischen Schätzung der Einflußstärke von einer oder mehreren unabhängigen Variablen auf eine einzige abhängige Variable, wobei diese abhängige Variable qualitativer Natur ist, d.h. ihre Merkmalsausprägungen entweder binomial (binär) oder multinomial skaliert sind. Eine binomiale abhängige Variable ist z.B. die Variable "Wahl einer politischen Partei", wenn allein zwei Wahlmöglichkeiten gegeben sind (z.B. "Wahl irgendeiner Regierungspartei" vs. "Wahl irgendeiner Oppositionspartei"). Im Falle einer multinomialen abhängigen Variablen vom Inhalt "Wahl einer politischen Partei" bestehen mehr als nur zwei Wahlmöglichkeiten (z.B. "Wahl der CDU/CSU" versus "Wahl der SPD" versus "Wahl der FDP" usw.).

Ein anderes multinomiales Anwendungsbeispiel ergäbe sich für ein Theorie-Modell, mit dem die Wahl zwischen mehreren politischen Beteiligungsformen erklärt werden sollte (z.B. die Wahl zwischen den Aktionsformen: "gewaltfreie Demonstrationsteilnahme", "gewaltausübende Demonstrationsteilnahme" sowie "keine Demonstrationsteilnahme").

Im folgenden wird eine Einführung in die Argumentationslogik von multinomialen LOGIT-Modellen gegeben. Dazu werden beim Leser Informationen über die Modell-und Verfahrenslogik der binären LOGIT-Analyse vorausgesetzt.[1] Alle Ausführungen dienen allein dazu, dem mit der einfachen LOGIT-Analyse vertrauten Sozialforscher aufzuzeigen, in welcher Weise er auch die Abhängigkeitsstruktur von Modellen mit multinomialen abhängigen Variablen durch Einsatz einer LOGIT-Analyse berechnen und interpretieren kann. Dazu werden die folgenden Ausführungen anhand eines durchgängig beibehaltenen Anwendungsbeispiels entwickelt. Darin gilt unser inhaltliches Interesse einer Erklärung des individuellen, parteienbezogenen Wahlverhalten.[2] Wir wollen überzeugende Anworten auf zwei Fragen erhalten:

a) "Von welchen Einflußfaktoren wird die Wahl einer bestimmten Partei beeinflußt?"
b) "Wie bedeutsam sind alle relevanten Einflußfaktoren, wenn man sie untereinander vergleicht?"

---

1 Vgl. dazu z.B. ***Kühnel*** et al. 1989 oder ***Urban*** 1989.

2 Wir benutzen hier also das auch schon in ***Urban*** (1989) zur Veranschaulichung des binären LOGIT-Modells eingesetzte Wahl-Beispiel. Der Leser kann mithin durch Vergleich zwischen den folgenden Ausführungen und den dort nachzulesenden Informationen die unterschiedliche Leistungsfähigkeit von multi- und binomialer LOGIT-Analyse am gleichen Anwendungsbeispiel kennenlernen.

Als Indikator für die abhängige Variable "Parteiwahl" benutzen wir die abgegebene Zweitstimme bei der deutschen Bundestagswahl 1983. Diese Variable namens "WAHL" ist qualitativ und zugleich multinomial, d.h. sie hat so viele Ausprägungen wie Parteien zur Wahl standen. Für ihre verschiedenen Ausprägungen, sprich: zu wählenden Parteien, gibt es keine natürlichen Zahlen werte. Die Wahl einer jeden Partei läßt sich in numerischer Weise exakt abbilden, wenn ihr eine beliebige Zahl zugeordnet wird, die aber ansonsten nicht noch einmal benutzt wird. Also z.B. CDU/CSU-Wahl = 1, SPD-Wahl = 2 usw. Für unsere folgende Darstellung konstruieren wir die einfachste multinomiale Variable "WAHL" mit nur drei möglichen Ausprägungen:

WAHL = 1 (Wahl der CDU/CSU),
WAHL = 2 (Wahl der SPD),
WAHL = 0 (Wahl irgendeiner dritten Partei).[3]

Als ein Einflußfaktor, der das Wahlverhalten bestimmen kann, interessiert uns die ideologische Selbstwahrnehmung der Wählenden. Sie wird operationalisiert über die Indikator-Variable: "Selbsteinstufung auf einer zehnwertigen Links-Rechts-Skala" (LR).[4]

Ein weiterer, das Wahlverhalten bestimmender Faktor sei in unserer Analyse das Vorhandensein eines ordnungspolitischen Konservatismus. Als Indikatorvariable "ZIEL" benutzen wir dazu die Nennung von "Ruhe und Ordnung = 1" als wichtigstes politisch zu verfolgendes Ziel im Unterschied zur Auswahl unter den drei anderen, vorgegebenen Alternativen ( = "0"): "mehr Einfluß der Bürger", "gegen steigende Preise" und "für freie Meinungsäußerung". Auch die Variable ZIEL ist qualitativer Natur und mit ihren zwei Ausprägungen binomial skaliert.

Die im folgenden benutzten Daten stammen aus dem ALLBUS 1986, einer Repräsentativbefragung von N(Netto) = 3095 deutschen Staatsbürgern über 18 Jahre.[5]

---

3 Die Wahl der numerischen Codierung aller Variablen-Ausprägungen ist prinzipiell beliebig. Allerdings machen einige standardisierte EDV-Programme bestimmte Vorgaben, die gegebenenfalls unbedingt zu beachten sind (z.B. verlangt das Programmpaket "SYSTAT/LLOGIT", daß bei der Codierung kein O-Wert benutzt wird und die Restkategorie immer mit dem höchsten Zahlenwert belegt wird).

4 Diese Variable ist nicht mehr qualitativ, sie ist aber auch nicht unbedingt metrisch, denn dafür müßten die Abslande zwischen den einzelnen Skalenwerten exakt zu quantifizieren sein, was z.B. hieße, daß eine Person mit dem Skalenwert "6" eine doppelt so starke Rechtsorientierung aufweisen müßte wie eine Person mit dem Skalenwert "3". Das trifft sicherlich nicht zu. Es kann wohl auch schon deshalb nicht zutreffen, weil die Zieldimension "Links-Rechts-Orientierung" unter den Befragten mit unterschiedlichen Semantiken aufgefüllt wird. Wir wollen aber dennoch dieses Problem hier nicht weiter diskutieren und definieren trotz inhaltlicher Bedenken die ordinale Variable "Links-Rechts-Orientierung (LR)" als metrische Variable (was auch methodologisch zu rechtfertigen ist, vgl. dazu *Tufte* 1970, *Golden/Brockett* 1987).

5 Vgl. *ErbslöhlWiedenbeck* 1987.

Grundlage unserer Datenanalyse sei die folgende Modell-Hypothese:

$H_1$: "Ob Personen bei der Bundestagswahl ihre Zweitstimme für die CDU/CSU, die SPD oder eine andere Partei abgeben, kann weitgehend mit Hilfe von Informationen über ihre Selbsteinstufung (auf einer Links-Rechts-Skala) und über das Vorhandensein eines ordnungspolitischen Konservatismus prognostiziert werden."

Mit der oben angeführten Modell-Hypothese spezifizieren wir ein multinomiales und zugleich multivariates theoretisches Modell von der Form:

$$WAHL_j = f(LR, ZIEL), \quad \text{mit } j = 1,2,0 \text{ für: CDU/CSU, SPD, andere Partei} \tag{1}$$

Dieses Modell beinhaltet eine Y-Variable mit 3 Ausprägungen (J=3) und zwei unabhängigen X-Variablen (M=2).

## 2. Grundlagen der multinomialen Modell-Logik

Wenn wir bereit sind, für alle Einflußbeziehungen in unserem theoretischen Modell, d.h. für das "f " in Gl.(l), eine logistische Funktionsbestimmung zu akzeptieren, können wir das theoretische Modell in ein statistisches LOGIT-Modell übersetzen. Dazu definieren wir die Variable "WAHL" zunächst in eine Wahrscheinlichkeitsvariable "Pij" um, mit der die Wahrscheinlichkeit für die Wahl der j-ten Partei durch eine i-te Person festgelegt wird.

Damit haben wir bereits die erste lineare Übersetzung im LOGIT-Modell vollzogen, wir haben "WAHL" als "Pij" definiert. Nunmehr müssen wir noch "Pij" in einen modelladäquaten Logit-Wert übersetzen:[6]

Um die multinomialen Logits zu bilden, wird nicht mehr, wie im binomialen Modell, die Relation zwischen "P(WAHL=CDU/CSU)" und der entsprechenden Komplementär-Wahrscheinlichkeit logarithmiert. Nunmehr werden die Logits aus den Wahrscheinlichkeitsrelationen von jeweils zwei der mindestens drei unterschiedlichen Wahlentscheidungen berechnet. In unserem Modell können das z.B. die Wahrscheinlichkeiten "$P_1$" (für eine CDU/CSU-Wahl) und "$P_0$" (für die Wahl einer Partei, die nicht die CDU/CSU oder SPD ist) sein.

---

6 Zur Vereinfachung unserer Darstellung wird nunmehr in der Schreibweise von "Pij" auf das Subskript "i" (benutzt für den entsprechenden Wert der i-ten Person) verzichtet

Während also im binomialen Modell die Logit-Werte folgendermaßen gebildet werden:

$$L = \ln \left( \frac{P(WAHL=1)}{1-P(WAHL=1)} \right)$$

erscheinen sie nunmehr im multinomialen LOGIT-Modell als:

$$L_{jk} = \ln \left( \frac{P(WAHL=j)}{P(WAHL=k)} \right) \qquad (2)$$

(wobei die Partei$_j$ ungleich der Partei$_k$ sein muß)

Für unser multinomiales Wahlmodell mit drei Entscheidungsmöglichkeiten (CDU/CSU, SPD, andere Partei) können wir also insgesamt sechs Logit-Werte berechnen. Diese werden gebildet, indem die Wahrscheinlichkeit für eine beliebig auszuwählende Partei in Relation zu einer zweiten, ebenfalls beliebig auszuwählenden Partei gesetzt und logarithmiert wird.

Aufgrund dieser Konstruktionsweise werden die Logits des multinomialen Modells auch "konditionale Logit-Werte" genannt: auf inhaltlicher Ebene fragt man also nunmehr nach der Bedeutung einzelner X-Variablen zur Prognose bestimmter Entscheidungswahrscheinlichkeiten unter der Bedingung (oder Kondition), daß die Entscheidung ansonsten zugunsten einer anderen Partei ausgegangen wäre.

In unserem Modell sind folgende drei konditionale Logits möglich (die restlichen drei Logits ergeben sich durch Umkehrung der jeweiligen Parteienrelation):

$$L_{1,0} = \ln \left( \frac{P_{1(CDU/CSU)}}{P_{0(andere\ P.)}} \right) \qquad (2.1)$$

$$L_{2,0} = \ln \left( \frac{P_{2(SPD)}}{P_{0(andere\ P.)}} \right) \qquad (2.2)$$

$$L_{1,2} = \ln \left( \frac{P_{1(CDU/CSU)}}{P_{2(SPD)}} \right) \qquad (2.3)$$

Mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Schätzverfahrens[7] kann nun jeder Logit-Wert als Linearkombination aller unabhängigen Variablen (von Variable $X_m$=l bis Variable $X_m$=M) geschätzt werden:

$$L_{jk} = a_{jk} + \Sigma (b_{jkm}) X_m \qquad (3)$$

7 Weitergehende Informationen zur multinomialen Likelihood-Schätzfunktion finden sich z.B. in ***Hanushek/Jackson*** *1977:* 213 oder *Schmidt/Strauss* 1975:484f.

Mit dieser Schätzung wird innerhalb der LOGIT-Modellogik zum dritten Male ein zu berechnender Wert in einen anderen überführt.

Im Unterschied zur binomialen Modell-Schätzung erfolgt hier jedoch eine Schätzung von mehreren Gleichungen des Typs von Gl.(3). Insgesamt sind im multinomialen LOGIT-Modell stets J-l Lösungsgleichungen zu berechnen. Es werden also für unser Modell auch nicht alle drei oben angegebenen Logit-Werte geschätzt, sondern nur J-l (hier: 3-1) oder insgesamt nur zwei Logit-Werte.[8]

Diese Vereinfachung ergibt sich daraus, daß die Ergebnisse des Schätzverfahrens daraufhin ausgelegt werden, daß sich die mit ihrer Hilfe prognostizierten Wahrscheinlichkeiten für alle Ausprägungen von WAHL zu 100% addieren müssen und somit für die letzte Schätzung überhaupt kein Freiraum mehr bleibt. Für sie gibt es nichts mehr zu schätzen, es braucht nur noch die zu 100% gebliebene Lücke geschlossen werden, indem eine dementsprechende Koeffizientenberechnung vorgenommen wird:[9]

$$L_{1,2} = L_{1,0} - L_{2,0} = (a_{1,0} - a_{2,0}) + \sum (b_{1,0;m} - b_{2,0;m}) X_m \qquad (4)$$

Nachdem nun also deutlich geworden ist, daß es im multinomialen LOGIT-Modell um die lineare Vorhersage von Wahrscheinlichkeitsrelationen geht, die als Logit-Werte nur noch aufgrund von jeweils J-l Schätzgleichungen zu berechnen sind, wollen wir an dieser Stelle die rein formale Argumentation abbrechen.

## 3. Interpretation der Ergebnisse

Im folgenden werden die Schätzergebnisse des multinomialen Wahlmodells diskutiert, wobei Gl.(5.1) und Gl.(5.2) Resultate der maximierten Likelihood-Schätzfunktion sind, während Gl.(5.3) nach der Vorgabe von Gl.(4) berechnet wurde.

Je größer die geschätzten Logit-Koeffizientenwerte mit positiven Vorzeichen sind, umso stärker beeinflussen Veränderungen auf den dazugehörigen Variablen die Entscheidung zugunsten der Partei im Zähler des konditionalen Logit-Wertes. Dementsprechend signalisieren

---

8 Das gilt auch für das binomiale LOGIT-Modell. Bei nur zwei Ausprägungen von Y (also bei "J=2") erhalten wir dort auch nur eine einzige Schätzgleichung.

9 Gl.(4) kann aus Gl.(2.1) und Gl.(2.2) sowie der Forderung, daß sich alle geschätzten Wahrscheinlichkeiten zu 100% aufsummieren müssen, d.h. daß "P(CDU) + P(SPD) + P(a.P.) = 1" sein muß, abgeleitet werden (vgl. *Wrigley* 1985:63-67).

negative Koeffizienten-Schätzwerte Einflüsse zugunsten der Partei im Nenner des Logit-Wertes. Koeffizienten-Schätzwerte nahe oder gleich "0.00" belegen die Bedeutungslosigkeit der dazugehörigen Variablen für die Entscheidung zwischen beiden Alternativen.

In unserer Schreibweise werden unterhalb der Koeffizientenschätzwerte die dazugehörigen t-Werte (in Klammern) angegeben. Soll die Schätzung mindestens auf einem 5%-Niveau signifikant sein, so muß der t-Wert mindestens "1.96" betragen. Für ein l%iges Signifikanzniveau wird ein minimaler t-Wert von "2.58" benötigt (jeweils bezüglich eines zweiseitigen Tests).

Es ergeben sich mithin folgende Schätzgleichungen:

a) für die Wahl der CDU/CSU im Verhältnis zu irgendeiner dritten Partei:

$$L_{1,0} = \underset{\phantom{(13.09)}}{-2.84} + \underset{(13.09)}{0.55\ (LR)} + \underset{(4.82)}{0.68\ (ZIEL)} \qquad (5.1)$$

b) für die Wahl der SPD im Verhältnis zu irgendeiner dritten Partei:

$$L_{2,0} = \underset{\phantom{(-4.38)}}{1.52} - \underset{(-4.38)}{0.16\ (LR)} + \underset{(1.70)}{0.23\ (ZIEL)} \qquad (5.2)$$

c) für die Wahl der CDU/CSU im Verhältnis zur SPD:
(geschätzt als Differenz zwischen Gl.(5.1) und Gl.(5.2))

$$L_{1,2} = \underset{\phantom{(18.78)}}{-4.36} + \underset{(18.78)}{0.71\ (LR)} + \underset{(3.80)}{0.45\ (ZIEL)} \qquad (5.3)$$

---

10 Die t-Werte für die geschätzten Logit-Koeffizienten in Gl.(5.3) ergeben sich aus:
$t_b = b / \sqrt{(var_b)}$
wobei die Varianzen berechnet werden durch:
var (b1,2) = var (b1,0) - 2 cov (b1,0 b2,0) + var (b2,0)
Die entsprechenden Varianz- und Kovarianzwerte erhält man aus der Varianz-Kovarianz-Maüix der Logit-Schätzung, die von den LOGIT-Prozeduren der div. Statistik-Software-Pakete ausgegeben wird (vgl. Anhang).

Für das Gesamtmodell der beiden Schätzgleichungen Gl.(5.1) und GL.(5.2) mit allen Prädiktoren ergeben sich folgende beiden Kenngrößen:

1.) -2 * Log Likelihood[11] (Chi-Quadrat): 628.33 , df=4, P=0.000

2.) Anteil erkärterDevianz[12] (Pseudo-$R^2$) $P^2$: 0,154

Insgesamt betrachtet zeigt das multinomiale Schätzergebnis eine durchaus befriedigende Modell-Lösung. Der Signifikanztest und das Anpassungsmaß belegen, daß die Entscheidung für oder gegen eine bestimmte Partei von der selbstberichteten Links-Rechts-Einstufung sowie der Wertschätzung des politischen Zieles "Aufrechterhaltung von Ruhe und Ordnung" in deutlichem Maße beeinflußt wird. Der Grad der Beeinflussung ist jedoch für die verschiedenen Alternativen-Konstellationen unterschiedlich:

Am deutlichsten beeinflussen die Variablen "LR" und "ZIEL" eine Entscheidung zugunsten der CDU/CSU. Dieser Einfluß fällt noch einmal ganz besonders kräftig aus, wenn eine mögliche CDU/CSU-Wahl im Vergleich zur SPD-Wahl betrachtet wird. Jede weitere ideologische Rechtsverschiebung läßt dann den entsprechenden Logit-Wert um "0.71" anwachsen, während er sich nur um "0.55" Logit-Einheiten verändert, wenn als Alternative zur CDU/CSU eine andere Partei als die SPD in Frage kommt.

Deutlich weniger relevant, wenn auch von durchaus beträchtlicher, eigenständiger Bedeutung, ist der Einfluß von politischen Zielverschiebungen für eine Entscheidung zugunsten der CDU/CSU, wenn die SPD die relevante Alternative darstellt (vgl. Gl. 5.3). Ist die Referenzalternative stattdessen eine andere Partei als die SPD, so wird die CDU/CSU von einer Zielverschiebung in Richtung "Ruhe u. Ordnung" stärker begünstigt als von einer Rechtsentwicklung um einen Skalensprung (vgl. Gl. 5.1).

Vielleicht wirkt es auf den ersten Blick überraschend, wenn man erkennt, daß eine politische Zielverschiebung in Richtung "Ruhe u. Ordnung" durchaus auch die SPD begünstigen kann.

---

11 Der Log-Likelihood-Wert ergibt sich aus der Differenz zwischen dem maximierten Log-Likelihood-Wert eines geschätzten Modells, das nur die Konstante "a" enthält, genannt "Lo", und dem maximierten Log-Likelihood-Wert eines geschätzten Modells, das alle spezifizierten Prädiktoren enthält, genannt "LM". Wenn die Null-Hypothese (Ho: ßm = 0) richtig ist, ist dieser Testwert asymptotisch chi-quadrat-verteilt (mit M Freiheitsgraden). Der Testwert kann deshalb mit dem kritischen Wert einer theoretischen Chi-Quadrat-Verteilung (mit df=M) verglichen und gegebenenfalls die Ho mit einer bestimmten Irrtumswahrscheilichkeit "P" zurückweisen.

12 Der Anteil erklärter Devianz ergibt sich aus:" 1 -(LM / Lo)" (zur Erklärung der L-Symbolik vgl. die vorhergehende Fußnote). Obwohl die Werte von P2 zwischen 0 und 1 hegen und das Maß auch häufig analog zu R in der OLS-Regression interpretiert wird, liegen seine Beträge doch deutlich unter denjenigen von R , so daß von einem sehr guten Schätzerfolg bereits dann ausgegangen werden muß, wenn P2 zwischen 0.2 und 0.4 liegt (vgl. *Domencich/McFadden* 1975:24, *McFadden* 1979: 307).

Das ist immer dann der Fall, wenn für den Wähler als alternative Partei zur SPD Parteien wie z.B. die FDP, die Grünen oder kleinere Parteien (etwa die DKP) in Frage kommen (vgl. Gl. 5.2). Im Vergleich zu diesem Alternativen-Konglomerat profitiert die SPD von einer entsprechenden Zielverschiebung. Das wäre aber immer nur dann der Fall, wenn mit der Zielverschiebung nicht auch eine Rechtsentwicklung einhergehen würde. Diese benachteiligt die SPD-Wahl nämlich mit einem Skalensprung von "-0.16". Allerdings muß dieser Vergleich eine Trend-Aussage bleiben. Die entsprechende Schätzung für die Einflußstärke der Variablen "ZIEL" ist zu unsicher. Sie bleibt mit einem t-Wert von "1.70" deutlich unter dem hier ausschlaggebenden, minimalen t-Wert von "1.96" (vgl. Gl. 5.2).

Werden die Gleichungen des multinomialen Schätzergebnisses mit den beiden Schätzungen der zwei binomialen Modelle: $L_{CDU}$ (CDU/CSU-Wahl versus Wahl irgendeiner anderen Partei) sowie $L_{SPD}$ (SPD-Wahl versus Wahl irgendeiner anderen Partei) verglichen, so ähnelt am ehesten das Ergebnis von Gl. (5.3) den binomialen Lösungsmodellen.[13] Das ist kein Zufall. Zum einen wird im multinomialen Ergebnis von Gl.(5.3) und in beiden binomialen Ergebnissen jeweils die Entscheidung für eine CDU/CSU-Wahl bzw. für die SPD-Wahl mit anderen Möglichkeiten konfrontiert. Und zum anderen besteht die große Gruppe der nicht-CDU/CSU-Wählenden bzw. der nicht-SPD-Wählenden im jeweiligen binomialen Modell zum überwiegenden Teil aus SPD-Wählern bzw. CDU/CSU-Wählern, die dann auch in Gl.(5.2) des multinomialen Modells die relevante Referenzgruppe darstellen (bzw. nach Vorzeichen-Tausch darstellen können).

All diese Interpretationen beziehen sich auf die abh. Variable "WAHL" in ihrer konditionalen Logit-Form. Richtung und Stärke der verschiedenen Einflußbeziehungen können dabei bewertet und auch zwischen den verschiedenen Schätzgleichungen verglichen werden. Allerdings ist mit der Logit-Form der abh. Variablen kaum eine inhaltliche Vorstellung zu verbinden. Um sie zu erreichen, müssen wir erst wieder den letzten Transformationsschritt des LOGIT-Modells rückgängig machen, indem wir den Logit-Wert in den dazugehörigen Wahrscheinlichkeitswert umrechnen. Die dazu notwendigen Rechenschritte sind einfach nachzuvollziehen.[14]

---

13 Die entsprechenden binomialen LOGIT-Schätzungen betragen (vgl. Urban 1989):

$$L_{CDU} = 4.49 + .65 * (LR) + .53 * (ZIEL)$$

$$L_{SPD} = 2.35 - .48 * (LR) - .18 * (ZIEL)$$

Zum Vergleich der $L_{SPD}$-Schätzung mit dem multinomialen Ergebnis von Gl.(5.3) sollten dort die Vorzeichen gewechselt werden, was dann eine multinomiale LOGIT-Schätzung von $L_{2,1}$ (d.h. Wahl der SPD im Verhältnis zur CDU/CSU-Wahl) ergibt

14 Wir verfahren dabei ganz anlog zu unserem Vorgehen in der binomialen Analyse (vgl. *Urban* 1989).

Aus Gl.(2.1) und Gl.(2.2) ergeben sich:

$$\frac{P_1}{P_0} = \exp(L_{1,0}) \qquad \text{oder: } P_1 = \exp(L_{1,0}) * P_0 \tag{6.1}$$

$$\frac{P_2}{P_0} = \exp(L_{2,0}) \qquad \text{oder: } P_2 = \exp(L_{2,0}) * P_0 \tag{6.2}$$

Zieht man die Bedingung hinzu, daß sich alle zu berechnenden Wahrscheinlichkeiten zu "1" addieren müssen, kann man auch Po berechnen und in Gl.(6.1) und Gl.(6.2) einsetzen:

$$1 = P_0 + P_1 + P_2$$

$$1 = P_0 + \exp(L_{1,0}) * P_0 + \exp(L_{2,0}) * P_0$$

$$P_0 = 1 / (1 + \exp(L_{1,0}) + \exp(L_{2,0}))$$

$$P_1 = \exp(L_{1,0}) / [\, 1 + \exp(L_{1,0}) + \exp(L_{2,0})\, ] \tag{7.1}$$

$$P_2 = \exp(L_{2,0}) / [\, 1 + \exp(L_{2,0}) + \exp(L_{1,0})\, ] \tag{7.2}$$

Da wir von jedem Befragten die Werte für LR und ZIEL kennen, können wir mit Hilfe der Gleichungen (7.1) und (7.2) die prozentualen Anteile von CDU/CSU und SPD entsprechend unserer Modell-Spezifikation prognostizieren. Der prozentuale Anteil aller übrigen Parteien ergibt sich dann aus der Differenz der addierten Prozentanteile von CDU/CSU und SPD zu insgesamt 100%.

Die Übereinstimmung zwischen beobachteten und prognostizierten Wahrscheinlichkeiten wollen wir mit verschiedenen Maßzahlen quantifizieren. Wir beginnen mit der multiplen Korrelation zwischen erfragten und geschätzten Wahlentscheidungen.

Wie wir oben gesehen haben, läßt sich für jede befragte Person nach Gl.(7.1) bzw. Gl. (7.2) ein Prozentwert berechnen, der aufgrund der ML-Schätzung des LOGIT-Modells die individuell prognostizierte Wahrscheinlichkeit einer CDU/CSU-Wahl bzw. einer SPD-Wahl im Wertebereich zwischen 0.0 und 1.0 angibt. Die tatsächliche individuelle Wahrscheinlichkeit beträgt stattdessen entweder exakt 1.0 oder 0.0, je nachdem, ob die betreffende Person angegeben hat, die entsprechende Partei gewählt zu haben oder nicht. Die Stärke des linearen Zusammenhangs zwischen prognostizierter und tatsächlicher Wahrscheinlichkeit müßte sich also mit Hilfe des Pearsonschen Korrelationskoeffizienten berechnen lassen. Der Zusammenhangswert betrüge dann exakt 1.0, wenn tatsächliche und prognostizierte Wahrscheinlichkeitswerte übereinstimmen würden.

Um den Koeffizienten zweifelsfrei interpretieren zu können, wird zunächst die Meßskala der prognostizierten Wahrscheinlichkeiten an diejenige der beobachteten Wahrscheinlichkeiten angepaßt. Dazu werten wir alle prognostizierten Wahrscheinlichkeiten, die gleich 0.5 sind oder darüber liegen, als Indikatoren für eine CDU/CSU- bzw. SPD-Wahlentscheidung und alle prognostizierten Wahrscheinlichkeiten unterhalb von 0.5 als Indikatoren für die Wahl einer anderen Partei. Auf diese Weise wird jedem prognostizierten Wahrscheinlichkeitswert ein Wert von "1" (für eine CDU/CSU- bzw. SPD-Wahl) oder "0" (für die Wahl einer anderen Partei) zugeordnet.

**Tabelle 1:** Multiple Korrelationen zwischen beobachteten und geschätzten Wahl-Wahrscheinlichkeiten.

| gewählte Partei | multiple Korrelation |
|---|---|
| CDU/CSU | 0.43 |
| SPD | 0.37 |
| eine dritte Partei | -.-- [15] |

Wir können mit unserer Modellschätzung, d.h. mittels Informationen über die Ausprägungen von nur zwei Variablen, die Wahlentscheidungen zugunsten von CDU/CSU und SPD mit durchaus zufriedenstellendem Erfolg prognostizieren.[16] Andere Maßzahlen für den Erfolg der Logit-Schätzung sind die mittlere Wahrscheinlichkeitsdifferenz (mP-Diff) und die prozentuale Verbesserung des Vorhersagefehlers (Lambda).

Beobachtete und prognostizierte Wahrscheinlichkeitswerte lassen sich auch direkt miteinander vergleichen. Die beobachteten mittleren Wahrscheinlichkeitswerte sind gleich den relativen Anteilswerten für Wahl=j in der gesamten Stichprobe. Die prognostizierten mittleren Wahrscheinlichkeitswerte erhält man, wenn als X-Werte in Gl.(7.1) und Gl.(7.2) die beobach-

15 Für die Rest-Parteien konnte keine Korrelation berechnet werden. Entsprechend des gewählten Rundungskriteriums, nach dem nur dann die Wahl einer bestimmten Partei zu erwarten sei, wenn die individuelle Wahrscheinlichkeit für eine solche Entscheidung größer oder gleich "0.5" ist, können wir aufgrund unseres LOGIT-Modells für keinen Befragten eine Entscheidung zugunsten einer Rest-Partei prognostizieren.

16 Dabei ist zu beachten, daß für die Berechnung der multiplen Korrelation die jeweils prognostizierten P-Werte (die zwischen 0.0 und 1.0 liegen können) auf exakt "0" bzw. "1" ab- bzw. aufgerundet wurden und so ein erheblicher Informationsverlust im Vergleich zu den ursprünglich prognostizierten P-Werten entstanden ist. Dieser Informationsverlust muß sich in einer Verringerung der multiplen Korrelationswerte ausdrücken.

teten Mittelwerte der X-Variablen eingesetzt werden. Die Differenz zwischen beiden Wahrscheinlichkeitswerten ist dann:

$$mP - Diff = P(WAHL_j) - P(WAHL_j \mid \overline{X}_m , b_m)$$

Tabelle 2 zeigt die diesbezüglichen Ergebnisse unseres Beispiels. Die mittleren Wahrscheinlichkeitsdifferenzen betragen danach im multinomialen Modell 3.22% bzw. -0.82%. Somit kann auch diese Maßzahl das befriedigende Anpassungsergebnis zwischen Beobachtungsdaten und Modellschätzung bestätigen. Die Tabelle vermittelt sogar den Eindruck, als ob die multinomiale Logit-Schätzung ausgezeichnete Ergebnisse lieferte, wenn allein die vorhergesagten Prozentwerte für die Befragtengruppen mit durchschnittlichen (d.h. mittleren) LR- und ZIEL-Werten betrachtet werden. Schließlich beträgt die maximale Abweichung dieser Schätzwerte von den beobachteten Werten nur knapp über 3% und liegt für die SPD-Prognose sogar unter 1%.

Versucht man jedoch, die Erlärungsleistung eines LOGIT-Modells allein aufgrund des relativen Anteils seiner exakt prognostizierten Wahlentscheidungen zu bewerten, so wird man seinen Erfolg in aller Regel überbewerten. Da wir z.B. in der statistischen Analyse eine prognostizierte Wahrscheinlichkeit für die CDU/CSU-Wahl von 38.32% erhalten (vgl. Tabelle 2) und in unserer Stichprobe 41.54% der befragten Personen eine CDU/CSU-Wahl angegeben haben, sind wir mittels unseres LOGIT-Modells dem wahren Wert sehr weit entgegengekommen und könnten unserer Schätzung einen guten bis sehr guten Erklärungserfolg bescheinigen. Hätten wir jedoch für jede Person rein zufällig entschieden, ob sie CDU/CSU gewählt haben könnte oder nicht, hätten wir bei genügend großer Stichprobe auch auf einen 50% Anteil von CDU/CSU-Wählern getippt. Im Vergleich zu diesem reinen Zufallsergebnis könnte dann u.U. die Modellschätzung überhaupt nicht mehr so überwältigend aussehen. Will man also den Anteil richtig prognostizierter Wahlentscheidungen als Kriterium des Modellerfolgs benutzen, ist zunächst ein realistischer Vergleichsmaßstab zu bestimmen.[17] Die relative Verbesserung einer solchen Vergleichsschätzung mittels eines LOGIT-Modells ist dann der angemessenere Versuch, den Modellerfolg zu quantifizieren. Diese relative Verbesserung läßt sich als proportionale Verringerung des Vorhersagefehlers mit Hilfe des Koef-

17 Dieser muß nicht immer gleich dem Ergebnis einer rein zufallsgesteuerten Prognose sein. Z.B. würde eine Zufallsentscheidung für oder gegen eine FDP-Wahl, die natürlich auch einen FDP-Anteil von 50% ergeben müßte, durch eine LOGIT-Analyse sehr deutlich verbessert werden. Allerdings hielte wohl selbst jeder Befragte, der an politischen Fragen nicht sonderlich interessiert ist, ein Wahlergebnis von 50% für die FDP für gänzlich unmöglich. Eine solide, alltagspolitische Erfahrung würde den FDP-Schätzwert sehr viel tiefer ansetzen und damit auch den Maßslab für eine verbesserte Schätzung via LOGIT-Analyse wesentlich verschärfen (vgl. *Weisberg* 1978).

fizienten "Lambda" (von *GoodmanlKruskat)* berechnen. Tabelle 3 zeigt die dementsprechenden Ergebnisse.

In der Berechnung von Lambda ist Fi das Fehlerausmaß der Vergleichsschätzung (berechnet als absolute Differenz zwischen tatsächlichem und vermutetem Anteilswert) und F2 das Fehlerausmaß bei Schätzung durch das LOGIT-Modell:

$$\begin{aligned}\text{Lambda} &= (F_1 - F_2) / F_1 \\ &= (|41.53 - 33.33| - |41.53 - 38.32|) / |41.53 - 33.33| \\ &= (8.20 - 3.21) / 8.20 \\ &= 60.85\end{aligned}$$

Entsprechend eines Lambda-Wertes von "60.85" kann ein CDU/CSU-Schätzergebnis, das aufgrund einer reinen Zufallsschätzung zustande käme, um 60.85% verbessert werden, wenn stattdessen das oben spezifizierte LOGIT-Modell benutzt wird.

**Tabelle 2:** Mittlere Wahrscheinlichkeitswerte und deren Differenzen für das bi- und multinomiale LOGIT-Modell (mP-Diff)

| | mittlere beobachtete Wahrsch.: | mittlere vorherges. Wahrsch.: | Differenz der Wahrsch.: |
|---|---|---|---|
| separate binomiale Modelle: | | | |
| WAHL=CDU/CSU | 41.54 | 38.14 | 3.40 |
| WAHL=SPD | 40.36 | 38.42 | 1.94 |
| multinomiales Modell: | | | |
| WAHL=CDU/CSU | 41.54 | 38.32 | 3.22 |
| WAHL=SPD | 40.36 | 41.18 | -0.82 |

**Tabelle 3:** Prozentuale Verbesserung des Vorhersagefehlers (Lambda) für das bi- und multinomiale LOGIT-Modell

| | beobachtete Wahrsch.: | Zufalls-Wahrsch.: | vorherges. Wahrsch.: | Lambda: |
|---|---|---|---|---|
| separate binomiale Modelle: | | | | |
| WAHL=CDU/CSU | 41.53 | 50.00 | 38.14 | 59.98 |
| WAHL=SPD | 40.36 | 50.00 | 38.42 | 79.88 |
| multinomiales Modell: | | | | |
| WAHL=CDU/CSU | 41.53 | 33.33 | 38.32 | 60.85 |
| WAHL=SPD | 40.36 | 33.33 | 41.18 | 88.34 |

Tabelle 3 benutzt ein härteres Kriterium, um den Erfolg der Logit-Modelle zu testen. Sie fragt danach, was die Logit-Schätzung im Vergleich zu einer reinen Zufallsschätzung an zusätzlicher Erklärungsleistung bieten kann. Wie wir anhand von Lambda erkennen können, liegt der Erkärungsgewinn je nach Modell und prognostizierter Parteientscheidung bei etwa 60% bzw. 88%. Dabei bestätigt sich auch bei den Lambda-Werten, was bereits von den Wahrscheinlichkeitsdifferenzen (mP-Diff) in Tabelle 2 aufgezeigt wurde: mittels der beiden unabh. Variablen LR und ZIEL läßt sich die Wahlentscheidung zugunsten der SPD besser prognostizieren als eine Entscheidung zugunsten der CDU/CSU.

Schauen wir uns im folgenden die prognostizierten Wahrscheinlichkeitswerte im einzelnen an:

Mit Hilfe der Gleichungen (7.1) und (7.2) können die prozentualen Anteile von CDU/CSU und SPD für solche Befragtengruppen berechnet werden, die sich durch bestimmte Werte auf den Variablen LR und ZIEL auszeichnen. Z.B. wird für die Befragtengruppe mit den Werten "LR=9" und "ZIEL=1" folgende prozentuale Stimmenverteilung berechnet:

$$P(CDU/CSU) = \frac{\exp[-2.84 + 0.55\,(9) + 0.68\,(1)]}{1 + \exp[-2.84 + 0.55\,(9) + 0.68\,(1)] + \exp[1.52 - 0.16\,(9) + 0.23\,(1)]} \quad (8.1)$$

$$= 0.8732 \;(= 87.32\%)$$

$$P(SPD) = \frac{\exp[1.52 - 0.16\,(9) + 0.23\,(1)]}{1 + \exp[1.52 - 0.16\,(9) + 0.23\,(1)] + \exp[-2.84 + 0.55\,(9) + 0.68\,(1)]} \quad (8.2)$$

$$= 0.0731 \;(= 7.31\%)$$

Tabelle 4 zeigt die derart prognostizierten Wahrscheinlichkeitswerte für alle Befragtengruppen mit jeweils unterschiedlichen LR- und ZIEL-Werten. Entsprechend des Vorzeichens der geschätzten LR-Koeffizienten in den Logit-Gleichungen (5.1) und (5.2) nehmen die CDU-Anteile mit steigenden LR-Werten zu, während die SPD-Anteile abnehmen. Auch ist in Tabelle 4 deutlich zu erkennen, daß die jeweiligen Zu- bzw. Abnahmen nicht gleich stark sind, sondern daß sie im mittleren Bereich der LR-Skala wesentlich größer als an deren Enden sind. Wie erinnerlich ist das eine Folge der im LOGIT-Modell als gültig unterstellten logistischen Funktion zwischen abhängiger und unabhängigen Variablen.

Tabelle 4 weist aber auch auf eine vermeintliche "Anomalie" zwischen den Ergebnissen der Logit-Gleichungen und der geschätzten Wahrscheinlichkeitswerte hin. Während sich nach Gl.(5.2) eine Verschiebung des ZIEL-Wertes von 0 auf 1 zugunsten des SPD-Anteils auswirken müßte, zeigen die diesbezüglichen Werte in Tabelle 4, daß eine solche Zielverschiebung nur dann zugunsten des SPD-Anteils ausschlagen kann, wenn sie im äußersten linken Bereich der LR-Skala stattfindet. Ansonsten wirkt sie sich für den SPD-Anteil immer negativ aus, wobei die Größe dieses negativen Effektes natürlich nicht konstant bleibt, sondern entsprechend der logistischen Einflußbeziehung variiert.

**Tabelle 4:** Geschätzte Wahrscheinlichkeitswerte für die Wahl von CDU/CSU bzw. SPD (in %)

| | P(CDU/CSU) | | | P(SPD) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| LR | ZIEL=0 | ZIEL=1 | Diff. | ZIEL=0 | ZIEL=1 | Diff. |
| 1 | 2.03 | 3.27 | 1.24 | 77.96 | 80.34 | 2.38 |
| 2 | 3.90 | 6.27 | 2.37 | 73.85 | 75.63 | 1.78 |
| 3 | 7.36 | 11.63 | 4.27 | 68.45 | 68.99 | -0.54 |
| 4 | 13.39 | 20.51 | 7.12 | 61.22 | 59.79 | -1.43 |
| 5 | 23.03 | 33.47 | 10.44 | 51.77 | 47.98 | -3.79 |
| 6 | 36.54 | 49.39 | 12.85 | 40.39 | 34.81 | -5.58 |
| 7 | 52.42 | 65.32 | 12.90 | 28.48 | 22.63 | -5.85 |
| 8 | 67.69 | 78.32 | 10.63 | 18.08 | 13.34 | -4.74 |
| 9 | 79.84 | 87.32 | 7.48 | 10.49 | 7.31 | -3.18 |
| 10 | 88.14 | 92.88 | 4.74 | 5.69 | 3.82 | -1.87 |

Die vermeintliche "Anomalie" in Tabelle 4 entsteht aufgrund der Tatsache, daß die Koeffizientenschätzwerte in den Gleichungen (5.1) und (5.2) unter einer Annahme berechnet wurden, die für den Gegenstand von Tabelle 4 keine Gültigkeit mehr besitzt. In den Logit-Gleichungen wurden die Effektstärken von LR und ZIEL unter der Voraussetzung geschätzt, daß die jeweilige Entscheidungsalternative CDU/CSU bzw. SPD auf der einen Seite versus irgendeiner dritten Partei auf der anderen Seite hieße. Mithin können die Vorzeichen der

Parameterschätzungen auch nur vor dem Hintergrund dieser Annahme interpretiert werden. Lautet hingegen die Fragestellung: wie stark beeinflussen Effekte von LR- oder Zielverschiebungen die Wahlchancen einer Partei, wenn man diese unabhängig von einer jeweiligen Alternativentscheidung betrachten will, so sollte ein Sozialforscher das in ***Urban*** (1989) dargestellte binomiale LOGIT-Modell benutzen.

Eine weitere Möglichkeit, diese "Anomalie"[18] von vornherein zu vermeiden, soll im folgenden vorgestellt werden:

Über die mittels ML-Schätzung errechneten Logit-Gleichungen (5.1) und (5.2) hinaus können wir auch die konditionalen Logits für jede weitere Relation von Entscheidungswahrscheinlichkeiten erstellen. In Gl.(4) wird dieser Weg für unser Wahl-Modell aufgezeigt und Gl.(5.3) berichtet die Schätzung für die (logarithmierte) Wahrscheinlichkeit einer CDU/CSU-Wahl im Verhältnis zu einer SPD-Wahl. Demnach findet eine Scherenbewegung zwischen beiden Wahrscheinlichkeiten statt: P(CDU/CSU) wird zuungunsten von P(SPD) anwachsen, wenn es zu einem Anstieg von LR und/oder ZIEL kommt. Dabei hat die Zunahme des LR-Wertes um eine Skaleneinheit einen um über ein Drittel stärkeren Einfluß auf die Veränderung der (logarithmierten) Relation zwischen den P's beider Parteien als eine Präferenz-Verschiebung in Richtung auf das politische Ziel von "Ruhe u. Ordnung".

---

18 Es kann bei der Analyse von polytomen Y-Variablen auch noch eine Anomalie zwischen Logit-und Wahrscheinlichkeitsschätzung auftreten, die nicht so einfach zu erklären bzw. zu beseitigen ist. Diese Anomalie entsteht daraus, daß sich die geschätzten Wahrscheinlichkeiten für alle Entscheidungsalternativen des LOGIT-Modells stets zu 100% aufsummieren müssen. So kann es bei drei Handlungsalternativen ($A_1$, $A_2$, $A_0$) zu einem reinen Methoden-Artefakt kommen:
Voraussetzung dafür ist, daß der Anstieg einer unabh. Variablen ($X_1$) die Wahrscheinlichkeit für die Handlungsalternative $A_1$ derart hoch treibt, daß der Wahrscheinlichkeitswert für $A_2$ klein wird und für $A_0$ gar nahe "0" liegt. Ein weiterer Anstieg von $X_1$ muß dann auch zu einer weiteren Erhöhung von P(A1) führen, die aber nicht mehr auf Kosten von P(Ao) gehen kann, denn diese Wahrscheinlichkeit ist schon nahe "0" und kann nicht weiter reduziert werden. Folglich muß entweder der Anstieg von P(A1) weniger drastisch als eigentlich berechnet ausfallen, oder er muß auf Kosten von P(A2) gehen. Deshalb fällt P(A2) bei Anstieg von $X_1$ selbst dann, wenn die entsprechende Logit-Gleichung von $A_2$ für den Einfluß von $X_1$ auf $A_2$ einen positiven Effektparameter geschätzt hat. P(A2) muß immer dann Prozentpunkte abgeben, wenn der für den Einfluß von $X_1$ auf $A_2$ geschätzte Effektkoeffizient $b_1$ kleiner ist als der gleiche $b_1$-Koeffizient für den Einfluß von $X_1$ auf $A_1$. Daß der kleinere $b_1$-Koeffizient in diesem Falle positiv ist und deshalb P(A2) bei Anwachsen von X1 überhaupt nicht fallen dürfte, spielt dann keine Rolle mehr (ein Beispiel für diese Form von Ergebnis-Anomalie geben *AldrichlNelson* 1984:46).
Zur Vermeidung dieser Anomalie bieten sich drei verschiedene Möglichkeiten an:
1.) Es werden nicht die Veränderungen der Wahrscheinlichkeiten, sondern nur die Veränderungen der Logit-Werte interpretiert
2.) Es werden auch die Veränderungen der P-Werte interpretiert, allerdings nur dann, wenn das multinomiale LOGIT-Modell in mehrere (hier in J-l=3) binomiale Modelle aufgelöst wird.
3.) Es werden auch die Veränderungen der P-Werte interpretiert, allerdings nur dann, wenn (wie oben gezeigt wird) nicht die Veränderungen einzelner P's analysiert, sondern stattdessen die Veränderungen bei den Relationen von jeweils zwei P's, d.h. hier von P($A_1$) zu P($A_2$), betrachtet werden.

Wie weit die Schere zwischen beiden Parteien in Abhängigkeit von Veränderungen bei LR und ZIEL auseinandergeht, läßt sich aber auch noch aus den Verschiebungen der Relation zwischen den reinen, nicht logarithmierten Prozentwerten berechnen. Diese ergeben sich aus den Gleichungen (6.1), (6.2) sowie (5.1) bis (5.3) als:

$$\frac{P(CDU/CSU)}{P(SPD)} = \exp(L_{1,2}) = \exp\left[-4.36 + 0.71\,(LR) + 0.45\,(ZIEL)\right] \qquad (9)$$

Nach Gl.(9) können für alle Befragtengruppen mit unterschiedlichen LR- und ZIEL-Werten die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsrelationen berechnet werden. Tabelle 5 und Abbildung 1 zeigen diese Verhältniszahlen als Werte eines Relationen-Index. Steigen die dort aufgeführten Index-Werte in Richtung "- ∞" an, so entsteht ein Übergewicht des prozentualen SPD-Anteils, während der prozentuale Anteil der CDU/CSU-Wahl überwiegt, wenn sich die Index-Werte in Richtung "+ ∞" bewegen. Bei gleichen prozentualen Anteilen beträgt der Index-Wert "0.00".x.[19]

Tabelle 5 und Abbildung 1 zeigen, in welcher Weise sich die geschätzten Verhältnisse zwischen den prozentualen Anteilen von CDU/CSU und SPD verschieben, wenn sich die LR- und ZIEL-Werte verändern:

---

19 Ein einfacher Quotient aus beiden Prozentwerten, der hier z.B. aus "P(CDU/CSU): P(SPD)" bestände, ergäbe bei einem Übergewicht von P(CDU/CSU) solche Werte, die zwischen "1.00" und "+ °°" lägen, während bei Übergewicht von P(SPD) alle Werte nur zwischen "1.00" und "0.00" lägen. Da mithin für die Messung des jeweiligen Übergewichtes zwei verschiedene, hier sogar parteienspezifische Skalen entständen, wären Veränderungen bei den prozentualen Verhältnissen zwischen beiden Parteien nicht direkt miteinander zu vergleichen.

Deshalb wird an dieser Stelle ein Relationen-Index (RI) vorgeschlagen, der folgende Transformationen beinhaltet:

a) im Falle von P(CDU/CSU) /P(SPD) > 1 gilt:
RI := P(CDU/CDU) /P(SPD)

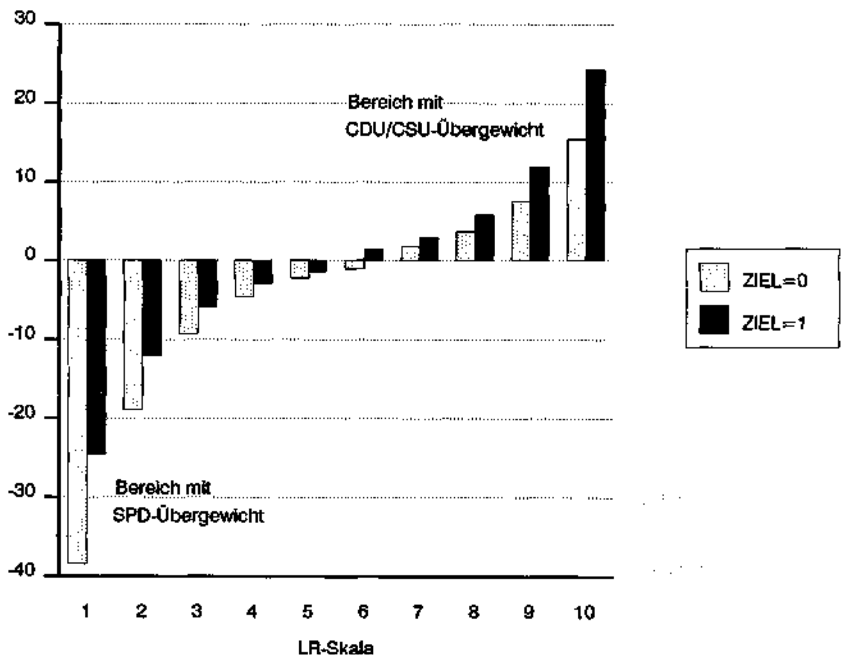
b) im Falle von P(CDU/CSU) /P(SPD) < 1 gilt:
RI := -1 / [ P(CDU/CSU) /P(SPD) ]

Auf diese Weise werden Übergewichte der prozentualen SPD-Anteile auf der gleichen Skala gemessen wie übergewichtige CDU-Anteile. Sie unterscheiden sich von diesen jedoch durch ein negatives Vorzeichen.

**Tabelle 5:** Relationen-Index zwischen den geschätzten Wahrscheinlichkeiten für eine CDU/CSU-Wahl versus einer SPD-Wahl.

| | Relationen-Index | | |
|---|---|---|---|
| LR | ZIEL=0 | ZIEL=1 | Diff. |
| 1 | -38.45 | -24.53 | 13.94 |
| 2 | -18.92 | -12.06 | 6.86 |
| 3 | -9.30 | -5.93 | 3.37 |
| 4 | -4.57 | -2.92 | 1.66 |
| 5 | -2.25 | -1.43 | 0.82 |
| 6 | -1.11 | 1.42 | 2.52 |
| 7 | 1.84 | 2.89 | 1.05 |
| 8 | 3.74 | 5.87 | 2.13 |
| 9 | 7.61 | 11.94 | 4.33 |
| 10 | 15.49 | 24.29 | 8.80 |

**Abbildung 1:** CDU/CSU : SPD - Relationen Index
geschätzte Werte nach Tabelle 5



Bis zum LR-Wert von "6" ist der geschätzte Anteil der SPD größer als derjenige von CDU/CSU (zu erkennen an den negativen Vorzeichen der Index-Werte). Das SPD-Übergewicht nimmt zwar mit jeder Verschiebung des LR-Wertes in Richtung "rechtsaußen" ab (auch im eigentlich linken Spektrum zwischen den Werten von "1" bis "4"), kippt aber erst auf Stufe "6" zugunsten eines CDU/CSU-Übergewichtes um. Dies geschieht entweder dadurch, daß bei konstantem Wert von "LR=6" eine Verschiebung von "ZIEL=0" auf "ZIEL=l" stattfindet, oder dadurch, daß die Rechtsentwicklung über "LR=6" hinaus fortgesetzt wird. Am deutlichsten schmilzt jedoch das SPD-Übergewicht dahin, wenn eine LR-Verschiebung von "extrem linksaußen" (LR=1) nach "fast linksaußen" (LR=2) erfolgt. Dann ist bei konstantem ZIEL-Wert von "0" eine Abnahme des SPD-Vorteils um 19,53% zu beobachten.

Dieser konsequenzenreiche Sprung zu einem stärkeren, wenn auch bei weitem noch nicht übergewichtigen CDU/CSU-Anteil, läßt sich auch für die Befragtengruppen mit einem ZIEL-Wert von " 1" beobachten (dort allerdings auf einem deutlich niedrigen absoluten Niveau, denn der SPD-Vorteil nimmt an dieser Stelle "nur" um 12,47% ab).

Eine ähnliche Entwicklung (allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen) führt auf der rechten Seite der LR-Skala zu anderen Resultaten. Zunächst ist dort zu beobachten, daß eine vergleichbar deutliche Dominanz des CDU/CSU-Anteils, wie er für die SPD auf dem gegenseitigen Skalen-Pol gilt, nur bei gleichzeitigem ZIEL-Wert von "1" gegeben ist. Und auch bei Linksverschiebung der Befragten von "extrem rechtsaußen" (LR=10) auf "fast extrem rechtsaußen" (LR=9) findet man nur bei den Befragtengruppen mit "ZIEL=1" ähnlich starke Verschiebungen wie sie auf dem linken Skalen-Pol für alle Befragten unabhängig von ihrem jeweiligen ZIEL-Wert gelten.

Dessen ungeachtet ist die Bedeutung eines ZIEL-Wertes von "1" auf beiden Seiten der LR-Skala ähnlich stark ausgeprägt: Verschiebungen auf der ZIEL-Skala von "0" nach "1" führen immer zu Veränderungen des Parteienverhältnisses zugunsten von CDU/CSU. Allerdings ist das Ausmaß der Begünstigung abhängig vom LR-Wert. Auf mittleren LR-Stufen ist sie sehr schwach ausgeprägt, während sie in beiden Extrembereichen relativ hoch ausfällt (vgl. Spalte "Diff." in Tabelle 5). Besonders hinsichtlich der Bedeutung von ZIEL-Verschiebungen auf dem linken Pol der LR-Skala ist es sicherlich überraschend, daß dort die extrem linksideologische Selbsteinstufung (LR=1 oder LR=2) nicht davon abhält, bei konservativer Zielverschiebung (von ZIEL=0 auf ZIEL=l) SPD-Präferenzen zugunsten von CDU/CSU-Vorlieben aufzugeben.

Anhand der Werte des Relationen-Index aus Tabelle 5 läßt sich auch sehr gut verdeutlichen, warum es in der LOGIT-Analyse sinnvoll sein kann, neben den hier benutzten "Logit-Koeffizienten" auch die sogenannten "Effekt-Koeffizienten" zu betrachten:[20]

Wie unschwer auszurechnen ist, entspricht die Veränderung des Relationen-Index bei Veränderung einer unabhängigen Variablen um eine empirische Einheit (z.B. von 7.61 auf 15.49 bei einer Veränderung von LR=9 auf LR=10) einem konstanten Faktor, mit dem der Index-Wert vor der Veränderung von LR (hier: 7.61) multipliziert werden muß. Im Beispiel beträgt dieser Faktor "2.03", denn es gilt:

"15.49 - 7.61 * 2.03" aber z.B. auch: "7.61 3.47 * 2.03".

Dieser konstante Faktor von "2.03" bezeichnet mithin die prozentuale Verschiebung im Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten von CDU/CSU-Wahl zu SPD-Wahl bei Veränderung der entsprechenden unabhängigen Variablen (hier: LR). Er kann deshalb auch als Effekt-Koeffizient "$E(X_{jkm})$" definiert werden.

Im Beispiel meint "$E(X_{1,2;m})$=2.03", daß bei Anstieg von $X_m$=LR um eine empirische Einheit auf der Links-Rechts-Skala (d.h. bei einer Verschiebung von links nach rechts um eine zusätzliche Ideologie-Stufe) die Wahrscheinlichkeit einer CDU/CSU-Wahl zuungunsten einer SPD-Wahl um das 2.03-fache ansteigt. Dieser Anstieg ist unabhängig davon, ob die Veränderung von LR=3 auf LR=4 oder von LR=9 auf LR=10 erfolgt, und ist mithin auch unabhängig davon, ob die Ausgangswahrscheinlichkeit für eine CDU/CSU-Wahl vor der Rechts-Verschiebung bei 7.36% (im Falle von LR=3 und ZIEL=0) oder bei 79.84% (im Falle von LR=9 und ZIEL=0) liegt.[21]

Effekt-Koeffizienten können auch direkt aus den Logit-Koeffizienten abgeleitet werden.[22] Dafür gilt:

$$E(X_{jkm}) = \exp(b_{jkm})$$

oder im vorliegenden Anwendungsbeispiel:

$$E(LR_{12}) = \exp(0.71) = 2.03 \qquad \text{(vgl. dazu Gl.(5.3))}$$

20 Vgl. dazu *Kiihnel* et al. 1989: 57-61, die einen entsprechenden Vorschlag von *Long* (1987) aufgreifen.

21 Vgl. zu den hier benutzten Zahlen die Werte in Tabelle 4.

22 Es ist zu beachten, daß nach der folgenden Gleichung ein substanzieller Null-Effekt einen Effekt-Koeffizienten mit dem Wert "1" erzeugen muß, so daß bei negativen Logit-Koeffizienten ein Effekt-Koeffizient "E(X) < 1" entsteht. Um dessen (negativ gerichtete) Einflußstärke mit derjenigen positiver Logit-Koeffizienten vergleichen zu können, sollte als absolute Größe sein Kehrwert interpretiert werden (vgl. dazu die anschauliche Darstellung in ***Kühnel*** et al. 1989: 57-61).

Effekt-Koeffizienten lassen sich auch standardisieren, so daß ihre Größe nicht mehr durch die Skalierungs-Form der jeweiligen unabhängigen Variablen bestimmt wird. Denn immerhin sollte es im Vergleich verschiedener Einflußstärken (innerhalb einer Schätzgleichung!) doch einen Unterschied machen, ob ein Effekt von einer empirischen Veränderung der Variablen "LR" mit ihren 10 Ausprägungen oder der dichotomen Variablen "ZIEL" (mit 2 Ausprägungen) ausgeht. Eine Standardisierung der Effekt-Koeffizienten wird dadurch erreicht, daß als effektauslösendes Ereignis nicht mehr Veränderungen um eine empirische Einheit, sondern um eine Einheit der Standardabweichung betrachtet werden. Dementsprechend werden die standardisierten Effekt-Koeffizienten berechnet:

$$\text{stand.E } (X_{jkm}) = \exp(b_{jkm} * s_m)$$
(mit $s_m$ := Standardabweichung[23] von $X_m$)

oder in unserem Anwendungsbeispiel:

$$\begin{aligned} \text{stand.E } (LR_{12}) &= \exp(0.71 * 2.055) \\ &= \exp(1.46) \\ &= 4.30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{stand.E } (ZIEL_{12}) &= \exp(0.45 * 0.499) \\ &= \exp(0.23) \\ &= 1.25 \end{aligned}$$

Entsprechend der oben berechneten standardisierten Effekt-Koeffizienten von "$E(b_{LR})$=4.30" und "$E(b_{ZIEL})$=1.25" verschiebt eine standardisierte Veränderung der Variablen "LR" die Wahrscheinlichkeit einer CDU/CSU-Wahl um das 4.3-fache zuungunsten einer SPD-Wahl, während eine standardisierte Veränderung der Variablen "ZIEL" zwar eine Verschiebung in die gleiche Partei-Richtung, aber nur um das 1.25-fache bewirkt. Im Vergleich beider Effekt-Koeffizienten ist also der standardisierte Einfluß der Variablen "LR" auf die Wahlentscheidung zugunsten der CDU/CSU (im Verhältnis zu einer SPD-Wahl) über dreimal so groß wie der Einfluß der Variablen "ZIEL".

Mit Hilfe von Effekt-Koeffizienten kann also eine besondere Eigenschaft von LOGIT-Modellen berücksichtigt werden, die als Folge der nicht-linearen Funktionsspezifikation solcher Modelle auftritt: nicht-lineare Statistik-Modelle liefern als Schätzungen für die Einflußstärke von unabhängigen Variablen bestimmte Veränderungsraten der abhängigen Variablen (hier: der Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Partei zu wählen), die inhaltlich zwar leicht zu verste-

23 Im von uns benutzten EDV-Statistik-Programm SYSTAT (vgl. Anhang) wird die Standardabweichung wie folgt berechnet (im Modul STATS):

```
SELECT wahl < >.
STATISTICS lr, ziel
```

hen sind, die aber nicht stabil bleiben und in ihrem Umfang je nach situationsspezifischen Randbedingungen variieren. Erst wenn nicht mehr die Veränderungsraten der absoluten Prozentanteile einer bestimmten Partei betrachtet werden, sondern die Veränderungsraten der prozentualen Relation zwischen jeweils zwei verschiedenen Parteien ins Blickfeld der Analyse gerückt werden, läßt sich in Form von Effekt-Koeffizienten eine stabile Einflußstärke diverser unabhängiger Variablen berechnen.

Einer vergleichbaren Denkweise entspringt auch ein anderes Interpretationsmaß der LOGIT-Analyse, das als Kennwert für die oben benannte Einflußstärke die "prognostizierte, von $X_m$ ausgelöste, mittlere Veränderungsrate von P(Y)" benutzt (im folgenden kurz "mittlere Veränderungsrate" genannt).[24] Diese versucht, die in Abhängigkeit von besonderen Randbedingungen variierenden Veränderungsraten der geschätzten P(Y) in einem einzigen durchschnittlichen Wert zu konzentrieren. Solche mittleren Veränderungsraten sollen im folgenden für das multinomiale LOGIT-Modell berechnet werden.

Dazu müssen wir zunächst für jede Wahl-Alternativwahl-Relation einen mittleren, beobachteten Logit-Wert ermitteln (ganz analog zum Vorgehen in der binomialen Analyse). Wir benutzen dazu die beobachteten Prozentwerte des tatsächlichen Wahlergebnisses und berechnen daraus:

$$\bar{L}_{1,0} = \ln\left(\frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0}\right) = \ln\left(\frac{.4354}{.1811}\right) = .83 \tag{10.1}$$

$$\bar{L}_{2,0} = \ln\left(\frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_0}\right) = \ln\left(\frac{.4036}{.1811}\right) = .80 \tag{10.2}$$

Die mittlere Veränderungsrate ergibt sich nunmehr für jede X-Variable aufgrund der nach Gl.(7.1) und (7.2) berechneten Wahrscheinlichkeitsdifferenzen vor und nach der Erhöhung von "L" um "$b_m$":

$$\frac{d(\bar{P}_1)}{d(X_m)} = \frac{\exp(\bar{L}_{1,0}+b_{1m})}{1+\exp(\bar{L}_{1,0}+b_{1m})+\exp(\bar{L}_{2,0}+b_{2m})} - \frac{\exp(\bar{L}_{1,0})}{1+\exp(\bar{L}_{1,0})+\exp(\bar{L}_{2,0})} \tag{11}$$

**Z.B.** berechnet sich die mittlere Veränderungsrate von "LR" für "P(CDU/ CSU)" wie folgt:

$$\frac{d(\bar{P}_1)}{d(X_1)} = \frac{\exp(.83+.55)}{1+\exp(.83+.55)+\exp(.80-.16)} - \frac{\exp(.83)}{1+\exp(.83)+\exp(.80)}$$

$$= .58 - .42 = .16\ (=16\%)$$

---

24 Vgl. dazu die ausführlichen Erläuterungen in *Urban* 1989.

Nach Gl.(l 1) können auch die mittleren Veränderungsraten aller anderen X-Variablen ermittelt werden. Tabelle 6 zeigt die entsprechenden Werte im Überblick:

Die mittleren Veränderungsraten der beiden binomialen Modelle werden weitgehend repliziert (Unterschiede für die CDU/CSU ergeben sich nur hinter dem Komma). Finden Veränderungen in LR und ZIEL um jeweils eine Skaleneinheit nach oben statt, so steigt der prozentuale CDU/CSU-Anteil beträchtlich an. Im Durchschnitt ziehen die CDU/CSU-Wahlchancen um 16% an, wenn die Wähler eine ideologische Rechtsentwicklung von einer Stufe (auf der insgesamt zehnstufigen LR-Skala) vollziehen.[25] Für die SPD ist ein solcher Rechtstrend mit durchschnittlich 13%igen Verlusten verbunden. Wie wir gesehen haben, können sich diese Zuwächse und Verluste allerdings beträchtlich verändern, wenn bei der Analyse berücksichtigt wird, von welcher ideologischen Position aus die Rechtsentwicklung vollzogen wird (vgl. Tabellen 4 und 5).

Weniger hart wird die SPD von Verschiebungen in der obersten politischen Zielpriorität der Wähler getroffen. Befürworten Personen ein oberstes politisches Ziel "Aufrechterhaltung von Ruhe und Ordnung", so sinken ihre Wahlambitionen für die SPD um durchschnittlich 5%, während sie für die CDU/CSU um 13% steigen. Auch diese Zahlen sind wiederum Mittelwerte, die in Abhängigkeit von den verschiedenen ideologischen Grundpositionen der Wahlbürger variieren (vgl. Tabellen 4 und 5).

**Tabelle 6:** Mittlere geschätzte Veränderungsraten des binomialen und multinomialen LOGIT-Modells

| | binomiale Modelle | | multinomiales Modell | |
|---|---|---|---|---|
| | LR | ZIEL | LR | ZIEL |
| CDU/CSU | 16% | 13% | 16% | 13% |
| SPD | -11% | -4% | -13% | -5% |

25 Die Höhe einer jeden geschätzten Veränderungsrate ist natürlich von der jeweiligen Referenzalternative abhängig:
Wie erinnerlich wurde in unserem Beispiel die Wahl einer Restpartei (einer Partei also, die nicht die CDU/CSU oder die SPD ist) als Referenzalternative bestimmt. Somit bedeutet hier eine Veränderungsrate von 16%, daß bei LR-Verschiebungen ein Anstieg der CDU/CSU-Wahlchancen von 16% zu erwarten wäre, wenn als einzige Entscheidungsaltemative die Wahl einer "Rest-Partei" angestanden hätte.

### 4. Weiterentwicklungen der multinomialen LOGIT-Analyse

Erfolgreiche statistische Modelle müßten genauso wie erfolgreiche theoretische Modelle die Kraft eines problemerzeugenden und problemlösenden Forschungsprogramms entwickeln können. In einem statistischen Forschungsprogramm sollten deshalb Modellerweiterungen zu erkennen sein, die für bisher ungelöste Anwendungsprobleme. Lösungsvorschläge bereitzustellen versuchen.

Wir wollen im folgenden drei Entwicklungen benennen, die die Möglichkeiten von LOGIT-Analysen erweitern können.[26] Sie sind zum größten Teil noch nicht in den LOGIT-Prozeduren der EDV-Standardpakete enthalten und werden deshalb hier auch nicht weiter ausgeführt.

Spezifische Weiterentwicklungen der LOGIT-Analyse sind:

1 Konditionale LOGIT-Modelle (nach *McFadden),* die im Vergleich zu den "klassischen" LOGIT-Modellen zwei Hauptunterschiede aufweisen: Zum einen muß die Anzahl der Entscheidungsalternativen für jeden Befragten nicht gleich groß sein. Zum anderen wird die modellinterne Bedeutung der Variablen insofern verändert, als die unabh. Variablen nunmehr als Eigenschaften der Entscheidungsalternativen angesehen werden und nicht mehr als Merkmale der individuellen Entscheidungsträger (vgl. *McFadden* 1974).

2 Simultan geschätzte LOGIT-Modelle, bei denen man von der Annahme ausgeht, daß mindestens zwei verschiedene Y-Variablen nicht nur von einem bestimmten Satz von X-Variablen beeinflußt werden, sondern daß sie auch von den jeweils anderen Y-Variablen beeinflußt werden können (vgl. *Schmidt/Strauss* 1975).

3 Sequentielle LOGIT-Modelle, die kein statisches Entscheidungsverhalten mehr unterstellen. Denn klassische LOGIT-Modelle gehen davon aus, daß einmal ausgeblendete Alternativen nicht zu Veränderungen der subjektiven Präferenzrelationen führen. Diese Annahme kann aber immer dann unangemessen sein, wenn im Entscheidungsprozeß sowohl Informationen gesucht, als auch Alternativen sukzessive ausgeschlossen werden und dadurch die verbliebenen Alternativen eine neue Bewertung erfahren. Sequentielle LOGIT-Modelle versuchen deshalb, die Parameter dynamischer EntScheidungsprozesse zu berechnen (vgl. *ElliottlHollenhorst* 1981).

---

26 Einen umfassenden Überblick gibt *Maddala* (1983).

## Anhang: Standardisierte Software zur Berechnung von multinomialen LOGIT-Modellen.

Nur wenige der auf dem Markt angebotenen EDV-Pakete zur Analyse statistischer Modelle bieten Unterprogramme bzw. Prozeduren zur Berechnung von multinomialen LOGIT-Modellen (z.B. gehören SPSS-X und SPSS/PC nicht dazu, mit SAS (Prozedur CATMOD) ist es hingegen möglich, auch multinomiale LOGIT-Modelle zu schätzen.

Eines der wenigen Programmpakete, das recht gute Möglichkeiten zur multinomialen LOGIT-Analyse bietet, ist das besonders in den USA sehr weit verbreitete PC-Programmpaket "SYSTAT" mit seinem Zusatz-Modul "LLOGIT".[27]

Im folgenden wird die Befehls-Syntax von SYSTAT/LLOGIT zur Analyse multinomialer LOGIT-Modelle vorgestellt. Zur Veranschaulichung benutzen wir das im Text verwendete Wahl-Beispiel mit seinen Variablen: WAHL, LR und ZIEL.

Alle unabänderlichen Programm-Eingaben (wie z.B. Befehle) erscheinen in Großschrift, frei wählbare Namen (wie z.B. File- und Variablennamen) in Kleinschrift:

| SYSTAT 4.0.: | Kommentar: |
|---|---|
| DATA | Aufruf des DATA-Moduls. |
| USE "daten.SYS" | Aufruf des System-Files. |
| CODE wahl / 1=1,2=2,3=3,4=3,<br>5=3,6=3,8=3,9=. | Transformation der Variablen "WAHL".<br>Achtung: bei der abh. Variablen ist kein Wert "0" erlaubt, deshalb hier die Trichotomie: "1" vs. "2" vs. "3".<br>Die größere Zahl (hier: 3) muß immer die Restkategorie bezeichnen (im Text: 0). |
| CODE ziel/ 1=1,2=0,3=0,4=0 | ZIEL wird dichotomisiert. |
| SAVE "daten2.SYS" | File mit transform. Variablen erhält neuen Namen. |
| RUN | Neuer File wird abgespeichert. |
| QUIT | Verlassen des DATA-Moduls. |
| LLOGIT | Aufruf des LLOGIT-Moduls. |
| USE "daten2.SYS" | Aufruf des neuen System-Files. |
| SAVE "pwerte.SYS" | Die im LOGIT-Modell geschätzten Prozentwerte P(1) und P(2) sollen im File "pwerte" gespeichert werden. |
| IDVAR wahl | Die Variable WAHL soll auch im File "pwerte" gespeichert werden, so daß später Korrelationen zw. WAHL und P(1) berechnet werden können. |
| COV=YES | Ausgabe der Varianz-Kovarianz-Matrix der Schätzwerte. |
| NCAT=3 | Ein multinomiales LOGIT-Modell mit 3 Wahlmöglichkeiten soll geschätzt werden. |
| MODEL wahl=constant+lr+ziel | Modell-Spezifikation. |
| OUTPUT "output.DAT" | Output wird im File "output" abgelegt. |
| ESTIMATE | Start des Schätzverfahrens. |
| QUIT | Verlassen des Programms. |
| | ausgegeben werden:<br>- Mittelwerte der X-Variablen<br>- Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest<br>- Parameter-Schätzwerte<br>- Standardschätzwerte<br>- t-Werte<br>- Kovarianz-Matrix der Schätzwerte<br>- geschätzte mittlere Wahrscheinlichkeitswerte<br>- mittlere Veränderungsraten |

27 Vgl. *Ragin* 1986.

**Literatur**

Aldrich, J.H. und C. Cnudde (1975)
Probing The Bounds of Conventional Wisdom: A Comparison of Regression, Probit, and Discriminant Analysis.
In: American Journal of Political Science, 19: 571-608.

Domencich, T.A. und D. McFadden (1975)
Urban Travel Demand: A Behavioural Analysis.
Amsterdam: North-Holland.

Elliott, D. und J. Hollenhorst (1981)
Sequential Unordered Logit Applied to College Selection with Imperfect Information.
In: Behavioral Science, 26: 366-378.

Erbslöh, B. und Wiedenbeck, M. (1987)
Methodenbericht- ALLBUS 1986.
Mannheim: ZUMA.

Golden, L.L. und PL. Brockett (1987)
The effect of alternative scoring methods on the analysis of rank order categorical data.
In: Journal of Mathematical Sociology, 12: 383-419.

Hanushek, E. und J. Jackson (1977)
Statistical Methods for Social Scientists.
New York: Academic.

Kühnel, S., W. Jagodzinski und M. Terwey (1989)
Teilnehmen oder Boykottieren: Ein Anwendungsbeispiel der binären logistischen Regression mit SPSSx.
In: ZA-Information, 25: 44-75.

Long, J.S. (1987)
A Graphical Method for the Interpretation of Multinomial Logit Analysis.
In: Sociological Methods and Research: 15: 420-466.

Maddala, G.S. (1983)
Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics.
Cambridge: Cambridge University Press.

McFadden, D. (1974)
Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior.
In: P. Zarembka (Hrsg.), Frontiers in Econometrics.
New York: Academic, S. 105-142.

McFadden, D. (1979)
Quantitative methods for analysing travel behaviour of individuals. Some recent developments.
In: D.A. Hensher und RR. Stopher (Hrsg.), Behavioural Travel Modelling.
London: Croom Helm.

Ragin, C. (1986)
Software for Sociologists.
In: Contemporary Sociology, 15: 371-374.

Schmidt, P und R.P. Strauss (1975)
The prediction of occupation using multiple logit modeis.
In: International Economic Review, 16:471-486.

Tufte, E.R. (1970)
Improving data analysis in political science.
In: E. Tufte (Hrsg.), The quantitative analysis of social problems.
Reading: Addison-Wesley, S. 437-449.

Urban, D. (1982)
Regressionstheorie und Regressionstechnik.
Stuttgart: Teubner.

Urban, D. (1989)
Binäre LOGIT-Analyse: ein statistisches Verfahren zur Bestimmung der Abhängigkeitsstruktur qualitativer Variablen.
In: Duisburger Beiträge zur soziologischen Forschung, No. 3.

Weinberg, H.F. (1978)
Evaluating Theories of Congressional Roll-Call Voting.
In: American Journal of Political Science, 22: 554-577.

Wrighley, N. (1985)
Categorical Data Analysis for Geographers and Environmental Scientists.
New York: Longman

**Priv.-Doz. Dr. Dieter Urban**
Fachbereich 1 - Soziologie
Universität Duisburg
- Gesamthochschule -
Lotharstraße 65
D- 4100 Duisburg